

Γεωμετρία και Διδακτική
Διάλεξη 1.1
Οι Γνώσεις για τη Διδασκαλία

Χρήστος Κουρουνώτης

Πανεπιστήμιο Κρήτης

2023

Γνώσεις για τη Διδασκαλία

“He who can, does. He who cannot, teaches” (?)

G.B.Shaw

Γνώσεις για τη Διδασκαλία

Μέχρι τη δεκαετία του '80, θεωρείτο ότι για την εργασία μίας δασκάλας στην πρώτη (ή τη δεύτερη) βαθμίδα της εκπαίδευσης αρκούσε:

- να κατέχει καλά τα αντικείμενα τα οποία δίδασκε,
- να έχει κάποιες γενικές παιδαγωγικές γνώσεις,
- και γνώσεις για τη λειτουργία του σχολείου και τους στόχους της εκπαίδευσης.

Κατηγορίες γνώσεων για τη Διδασκαλία

Το 1986, ο Lee Shulman, σε ένα καθοριστικής σημασίας άρθρο, παρουσίασε μία διαφορετική αντίληψη για τις γνώσεις που απαιτούνται για τη διδασκαλία, εισάγοντας μία νέα κατηγορία γνώσεων, την παιδαγωγική γνώση του αντικειμένου.

Ας δούμε διάφορες κατηγορίες γνώσεων των δασκάλων που διέκρινε ο Shulman:

- Ⓐ Γενικές παιδαγωγικές γνώσεις.
- β Γνώση των μαθητών και των χαρακτηριστικών τους.
- γ Γνώση του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος.
- δ Γνώση των στόχων, των προθέσεων και των αξιών.
- ε Γνώση του αντικειμένου.
- ς Γνώση του εκπαιδευτικού προγράμματος.
- ζ Παιδαγωγική γνώση του αντικειμένου.

Κατηγορίες γνώσεων για τη Διδασκαλία

Οι πρώτες 4 κατηγορίες αποτελούσαν τη βάση των προγραμμάτων εκπαίδευσης και επιμόρφωσης των δασκάλων εκείνης της εποχής (στις ΗΠΑ).

Στόχος του Shulman ήταν να αναδείξει, πλάι σε αυτές, και τις ιδιαίτερες διαστάσεις της γνώσης του αντικειμένου, που θεωρούσε ότι απουσίαζαν.

Η Γνώση του Αντικειμένου για τη Διδασκαλία

Η γνώση του αντικειμένου περιλαμβάνει τη γνώση των εννοιών, των γεγονότων και των αποτελεσμάτων.

Περιλαμβάνει όμως και τις οργανωτικές δομές του αντικειμένου, τους κανόνες που προσδιορίζουν την εγκυρότητα στο αντικείμενο, τα κεντρικά ζητήματα του αντικειμένου.

Η γνώση του εκπαιδευτικού προγράμματος αναφέρεται στη γνώση όλων των τρόπων διδασκαλίας ενός θέματος σε ένα επίπεδο, και στην οριζόντια και κάθετη γνώση του προγράμματος.

Η Παιδαγωγική Γνώση του Αντικειμένου

Τέλος η κατηγορία που θα μας απασχολήσει περισσότερο είναι αυτή που εισήγαγε ο Shulman, η Παιδαγωγική Γνώση του Αντικειμένου (Pedagogical Content Knowledge).

Οι πιο χρήσιμες μορφές αναπαράστασης των ιδεών, οι πιο ισχυρές αναλογίες, εξηγήσεις ή παραδείγματα. Με δυο λόγια, οι πιο χρήσιμοι τρόποι να παρουσιαστεί το αντικείμενο για να γίνει κατανοητό από τους άλλους. Η παιδαγωγική γνώση του αντικειμένου επίσης περιλαμβάνει την κατανόηση των δυσκολιών που παρουσιάζουν συγκεκριμένα θέματα, τις αντιλήψεις και προκαταλήψεις των διαφόρων μαθητών.

Η Παιδαγωγική Γνώση του Αντικειμένου

Κάποιες αναπαραστάσεις, αν και τεχνικά άψογες, δεν είναι αποτελεσματικές για να εισαγάγουν τις μαθήτριες στις αντίστοιχες έννοιες.

Η επιλογή μίας αναπαράστασης απαιτεί κατανόηση των αντιλήψεων και ιδιαίτερα των παρανοήσεων των μαθητριών.

Γνώσεις για τη Διδασκαλία

“Those who can, do. Those who understand, teach.”

L.S.Shulman

Μαθηματική Γνώση για τη Διδασκαλία

Το 2008, η Ball και οι συνεργάτες της, παρουσίασαν μία εργασία που στόχευε να αναλύσει περαιτέρω τη φύση της γνώσης του αντικειμένου στην περίπτωση των Μαθηματικών.

Η εργασία βασίστηκε σε εκτενή έρευνα των πρακτικών των δασκάλων, γυναικών και ανδρών στη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Δημοτικό (3η τάξη).

Μαθηματική Γνώση για τη Διδασκαλία

Τί γνώσεις χρειάζονται οι δασκάλες για να διδάξουν Μαθηματικά;

Ποιές βασικές δραστηριότητες απαιτούνται για να αναπτυχθεί μία σχολική τάξη στην οποία τα Μαθηματικά αντιμετωπίζονται με άρτιο τρόπο, οι ιδέες των μαθητριών λαμβάνονται υπ' όψιν και η μαθηματική εργασία αποτελεί μία ατομική αλλά και ομαδική προσπάθεια.

Μαθηματική Γνώση για τη Διδασκαλία

“Μαθηματική Γνώση για τη Διδασκαλία” είναι όλες οι μαθηματικές γνώσεις που χρειάζονται για να διδάξει κάποια Μαθηματικά.

Το πρώτο συμπέρασμα της ανάλυσης είναι ότι μία δασκάλα πρέπει να γνωρίζει περισσότερα, και διαφορετικά, Μαθηματικά, από το μέσο άνθρωπο.

Παράδειγμα: ο αλγόριθμος της αφαίρεσης

Ένα απλό παράδειγμα: ο αλγόριθμος της αφαίρεσης πολυψήφιων αριθμών είναι κοινή γνώση.

$$\begin{array}{r} 307 \\ - 168 \\ \hline 139 \end{array}$$

Αλλά ποιά είναι τα πιθανά λάθη που μπορεί να κάνει μία μαθήτρια της 3ης Δημοτικού;

Ο αλγόριθμος της αφαίρεσης

Αφαίρεση κάθε στήλης ξεχωριστά.

$$\begin{array}{r} 307 \\ - 168 \\ \hline 261 \end{array}$$

Η δασκάλα πρέπει να μπορεί να αναγνωρίσει τη διαδικασία που οδήγησε στο λάθος, και γρήγορα!

Μη συνήθεις διαδικασίες

Ποιές μή συνήθεις διαδικασίες μπορεί να χρησιμοποιήσει μία μαθήτρια;
Υπολογίζει το

$$\begin{array}{r} 299 \\ - \underline{160} \\ \hline 139 \end{array}$$

Είναι μία τέτοια διαδικασία σωστή; Είναι γενικεύσιμη;

Μη συνήθεις διαδικασίες

Άλλες μή συνήθεις διαδικασίες:

$$\begin{array}{r}
 307 \\
 - \quad \underline{168} \\
 \quad \quad -1 \\
 \quad \quad -60 \\
 \quad \quad \underline{200} \\
 \quad \quad 139
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 307 \\
 - \quad \underline{168} \\
 \quad \quad 2 \\
 \quad \quad 30 \\
 \quad \quad \underline{107} \\
 \quad \quad 139
 \end{array}$$

Είναι μία τέτοια διαδικασία σωστή; Είναι γενικεύσιμη;

Ποιοί αριθμοί είναι κατάλληλοι για παράδειγμα; Ποιοί στην αρχή, και ποιοί αργότερα;

Είδη γνώσης του αντικειμένου

Αυτές, και άλλες γνώσεις και ικανότητες που αναδείχθηκαν από την έρευνα ως απαραίτητες για τους και τις εκπαιδευτικούς, απαιτούν ειδικές μαθηματικές γνώσεις, οι οποίες δεν προσφέρονται στα προγράμματα Μαθηματικών στα Πανεπιστήμια.

Από την ανάλυση προέκυψαν διαφορετικά είδη μαθηματικής γνώσης για τη διδασκαλία, που εξειδικεύουν περαιτέρω τη διάκριση του Shulman σε γνώση του αντικειμένου και παιδαγωγική γνώση του αντικειμένου.

Κοινή Γνώση του Αντικειμένου

Η πρώτη κατηγορία είναι η Κοινή Γνώση του Αντικειμένου (Common Content Knowledge) που χαρακτηρίζεται ως οι μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες που χρησιμοποιούνται και πέρα από τη διδασκαλία.

Οι δασκάλες πρέπει να καταλαβαίνουν εάν μία απάντηση είναι λανθασμένη, πρέπει να χρησιμοποιούν σωστά το μαθηματικό συμβολισμό.

Αυτή η γνώση είναι απαραίτητη για τη διδασκαλία, αλλά χρειάζεται και σε άλλες περιστάσεις.

Ειδική Γνώση του Αντικειμένου

Η δεύτερη κατηγορία είναι η Ειδική Γνώση του Αντικειμένου (Specialized Content Knowledge) που χαρακτηρίζεται ως οι μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες που αφορούν αποκλειστικά στη διδασκαλία -γνώσεις που δεν χρειάζονται σε άλλες περιστάσεις.

Αυτή η γνώση περιλαμβάνει, για παράδειγμα, τις διαφορετικές ερμηνείες των αριθμητικών πράξεων.

Ποιά ερμηνεία της διαίρεσης είναι η καταλληλότερη για να κατανοήσουν οι μαθήτριες τον κανόνα διαίρεσης κλασμάτων;

Η “συμπίεση” της μαθηματικής γνώσης

Η ανάπτυξη της γνώσης των μαθηματικών απαιτεί τη “συμπίεση” διαδικασιών σε έννοιες.

Για τη διδασκαλία χρησιμοποιείται “αποσυμπιεσμένη” μαθηματική γνώση, ενώ στόχος της διδασκαλίας είναι να αποκτήσουν οι μαθήτριες “συμπιεσμένη” μαθηματική γνώση. Μόνον έτσι θα φτάσουν στο σημείο να μπορούν να χρησιμοποιούν πολύπλοκες έννοιες και διαδικασίες.

Η “συμπίεση” της μαθηματικής γνώσης

Για παράδειγμα, η διδασκαλία του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης απαιτεί μία κατανόηση της θέσης των ψηφίων και των διαδικασιών των πράξεων, διαφορετική από αυτή που χρειάζεται για την καθημερινή χρήση τους.

Η χρήση όρων στη Γεωμετρία, με έννοια διαφορετική από την καθημερινή, ή οι διάφοροι τρόποι ορισμού ενός παραλληλογράμμου, είναι άλλα παραδείγματα αποσυμπιεσμένης γνώσης που χρειάζονται οι δασκάλες.

Γνώση του Αντικειμένου σε Σχέση με τις Μαθήτριες και τους Μαθητές

Μία τρίτη κατηγορία είναι η Γνώση του Αντικειμένου σε Σχέση με τις Μαθήτριες και τους Μαθητές (Knowledge of Content and Students).

Η δασκάλα πρέπει να προβλέψει τι θα δυσκολέψει τις μαθήτριες. Ποιό παράδειγμα θα κεντρίσει το ενδιαφέρον τους.

Να κατανοεί και να ερμηνεύει τον ατελή τρόπο που εκφράζουν οι μαθητές και οι μαθήτριες νέες ιδέες. Ειδικά να γνωρίζει τις πιο συνηθισμένες αντιλήψεις και παρανοήσεις των μαθητριών.

Γνώση του Αντικειμένου σε Σχέση με τη Διδασκαλία

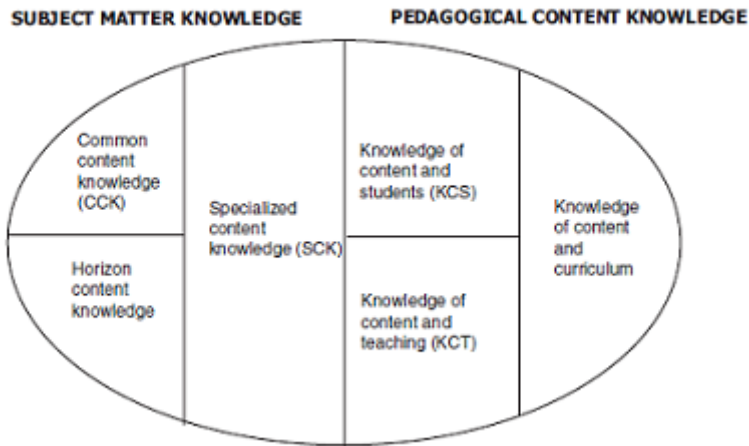
Η επόμενη κατηγορία είναι η Γνώση του Αντικειμένου σε Σχέση με τη Διδασκαλία (Knowledge of Content and Teaching) που συνδυάζει τις γνώσεις των Μαθηματικών και της διδασκαλίας τους.

Η επιλογή των κατάλληλων παραδειγμάτων, η σειρά με την οποία θα παρουσιαστούν διάφορες έννοιες, η αποτελεσματικότητα διαφορετικών αναπαραστάσεων.

Η δασκάλα πρέπει να αποφασίσει σε ποιές ερωτήσεις των μαθητριών να αφιερώσει χρόνο και ποιές να παρακάμψει, τότε να θέσει ένα ερώτημα ή να αναθέσει μία εργασία.

Αποτυπώνουμε αυτή την εξειδίκευση των διακρίσεων του Shulman σε ένα διάγραμμα.

Μαθηματική Γνώση για τη Διδασκαλία



Σχήμα: Μαθηματική Γνώση για τη Διδασκαλία

Γνώση του Ορίζοντα του Αντικειμένου

Μία ακόμη κατηγορία γνώσης του αντικειμένου είναι η Γνώση του Ορίζοντα του Αντικειμένου (Horizon Content Knowledge).

Η επίγνωση της σχέσης κάθε θέματος με άλλα θέματα του προγράμματος των Μαθηματικών, και η προσοχή στον τρόπο παρουσίασης που προβλέπει και δεν έρχεται σε αντίφαση με την επόμενη γνώση.

Γνώση του Ορίζοντα του Αντικειμένου

Ο Jacobsen έδωσε ένα ευρύτερο ορισμό του ορίζοντα του αντικειμένου:

Η γνώση του μαθηματικού ορίζοντα είναι η εξοικείωση με τη μαθηματική επιστήμη, που προσφέρει στις δασκάλες τη δυνατότητα να τοποθετήσουν και να συνδέσουν τα θέματα που διδάσκουν στο ευρύτερο περιβάλλον των Μαθηματικών. Η γνώση του μαθηματικού ορίζοντα περιλαμβάνει τις πρακτικές και τα εργαλεία απόκτησης μαθηματικής γνώσης, το είδος των γνώσεων και των τεκμηρίων πιστοποίησης των Μαθηματικών. Περιλαμβάνει επίσης την επίγνωση των αξιών και των κύριων δομών των Μαθηματικών.

Γνώση του Ορίζοντα του Αντικειμένου

Η γνώση του μαθηματικού ορίζοντα επιτρέπει στις δασκάλες να “ακούν” τις μαθηματικές ιδέες των μαθητριών και να κρίνουν τη σημασία συγκεκριμένων ιδεών, που συνδέονται με σημαντικές μαθηματικές έννοιες.

Η γνώση του μαθηματικού ορίζοντα τους προσφέρει τη δυνατότητα να μιλήσουν για τα μαθηματικά με απλό αλλά μαθηματικά άρτιο τρόπο, τους επιτρέπει να συνδέσουν τους μαθητές και τις μαθήτριες με το ευρύ και ανεπτυγμένο πεδίο των Μαθηματικών.

Βιβλιογραφία

Shulman, L.S., Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 1986, 4-14.

Shulman, L.S., Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1987, 1-23.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G., Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 2008, 389-407.

Βιβλιογραφία

Jakobsen, A., Thames, M. H., Ribeiro, C. M. & Delaney, S., Using practice to define and distinguish horizon content knowledge. In 12th International Congress on Mathematical Education (12th ICME), 2012, (pp. 4635-4644). Seoul, Korea.

Papadaki, E., Mapping out different discourses of mathematical horizon. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 39(1), 2019. <https://bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2019/07/BSRLM-CP-39-1-07.pdf>