

MEM 112 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ, Τμήμα Α

Άσκηση για διόρθωση 6, 6/11/2019

Όνοματεπώνυμο: .....

Εφαρμόστε απαλοιφή Gauss για να προσδιορίσετε τις ελεύθερες μεταβλητές, και να βρείτε

όλες τις λύσεις της εξίσωσης  $Ax = 0$ , όπου  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ .

Σχόλια διορθωτή

Σχόλια διδάσκοντος

MEM 112 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ, Τμήμα Α  
 Άσκηση για διόρθωση 5, 30/10/2019

Όνοματεπώνυμο: .....

Παραγοντοποιήστε τον πίνακα  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  σε γινόμενο  $PLU$ , όπου  $P$  είναι πίνακας μετάθεσης,  $L$  είναι κάτω τριγωνικός πίνακας με 1 στη διαγώνιο και  $U$  είναι άνω τριγωνικός πίνακας.

Με απαγωγή στον πίνακα  $A$  έχουμε :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix},$$

δηλαδή  $U = PMA$ , όπου  $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  και

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \text{ Εμπής έχουμε } A = PLU.$$

Αρα  $(PM)^{-1}U = PLU$ . Αφού  $U$  είναι αντιστρέψιμος, από σημαίνει  $PL = (PM)^{-1}$ , δηλαδή

$L = (PMP)^{-1}$ . Υπολογίζουμε και βρίσκουμε

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Εναλλακτικά, για να βρούμε τον  $L$  ανατάσσουμε ως γραμμές 2 και 3 του  $A$  και επαναλαμβάνουμε την απαγωγή.

Σχόλια διορθωτή

Σχόλια διδάσκοντος