

MEM 112 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Εργαστήριο Προβλημάτων 5

Άσκηση 5.1 Ποιά από τα ακόλουθα υποσύνολα του \mathbb{R}^n είναι διανυσματικοί υπόχωροι; Ποιά είναι αφινικοί υπόχωροι;

α'. $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 1\}$.

β'. $L = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$.

γ'. $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + yz = 0\}$.

δ'. $N = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x + y > z\}$.

ε'. $P = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_1 - 3x_2 = 0\}$.

Άσκηση 5.2 Βρείτε τον κλιμακωτό πίνακα U , και τους πίνακες P και L έτσι ώστε $PA = LU$, για τους ακόλουθους πίνακες:

α'.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

β'.

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

γ'.

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

δ'.

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

ε'.

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 5.3 Για τους πίνακες A_1 , A_3 και A_5 της Άσκησης 5.2 προσδιορίστε τις ελεύθερες μεταβλητές της εξίσωσης $A_i x = 0$ και βρείτε όλες τις λύσεις.