

MEM 103 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Φυλλάδιο Ασκήσεων 1

Άσκηση 1.1 Εξετάστε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος. Δώστε απόδειξη αν είναι σωστές ή αντιπαράδειγμα αν είναι λάθος.

- (i) Αν A, B, C είναι σύνολα με $A \in B$ και $B \subseteq C$ τότε $A \in C$.
- (ii) Αν A, B, C είναι σύνολα με $A \in B$ και $B \subseteq C$ τότε $A \subseteq C$.
- (iii) Αν A, B, C είναι σύνολα με $A \subseteq B$ και $B \in C$ τότε $A \subseteq C$.
- (iv) Αν A, B, C είναι σύνολα με $A \in B$ και $B \in C$ τότε $A \in C$.

Άσκηση 1.2 Σχεδιάστε τα διαγράμματα Venn στις ακόλουθες περιπτώσεις:

- (i) Έχουμε δύο σύνολα A, B με $A \cup B \subseteq B$ και $B \not\subseteq A$.
- (ii) Έχουμε τρία σύνολα A, B, C με $A \cap B \cap C = \emptyset$, $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C \neq \emptyset$ και $B \cap C \neq \emptyset$.

Άσκηση 1.3 Υπολογίστε τα $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ και $B \setminus A$ τις παρακάτω περιπτώσεις:

- (i) $A = [2, 4]$ και $B = (1, 3]$.
- (ii) $A = \{a, f, X\}$ και $B = \{1, f, \emptyset, \{a\}\}$.

Άσκηση 1.4 Αν

$$\begin{aligned}G &= \{n \in \mathbb{Z} : n = 2m \text{ για κάποιο } m \in \mathbb{Z}\} \\H &= \{n \in \mathbb{Z} : n = 3m \text{ για κάποιο } m \in \mathbb{Z}\} \\I &= \{n \in \mathbb{Z} : n^2 \text{ περιττός}\} \\J &= \{n \in \mathbb{Z} : 0 \leq n \leq 10\}\end{aligned}$$

βρείτε τα σύνολα $G \cup I$, $G \cap I$, $G \cap H$, $J \setminus G$, $I \setminus H$, $J \cap (G \setminus H)$.

Άσκηση 1.5 Αποδείξτε τις παρακάτω ιδιότητες αναφέροντας σε κάθε βήμα ποιες γνωστές προτάσεις χρησιμοποιείτε. Τα σύνολα A, B θεωρούνται υποσύνολα του χώρου Ω .

- (i) $B \cup (\emptyset \cap A) = B$
- (ii) $(A^c \cap \Omega)^c = A$

$$(iii) (A \cap B) \cup (A \cap B^c) = A$$

$$(iv) (A \cap B) \cup (A \cup B^c)^c = B$$

$$(v) ((A^c \cup B) \cap (A^c \cup B^c))^c = A$$

$$(vi) A \cap (A \cup B) = A$$

Άσκηση 1.6 Κάνοντας χρήση της ισότητας $A \setminus B = A \cap B^c$, αποδείξτε ότι

$$(i) (A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$$

$$(ii) (A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$$