

Το παραμύθι της Επιπεδίας¹

Χρήστος Κουρουνιώτης

Μια φορά κι έναν καιρό ήταν ένα σύμπαν, ένας ολόκληρος κόσμος, δύο διαστάσεων, όπως αυτό που θα ονομάζαμε επίπεδο. Οι κάτοικοί του ήταν και αυτοί διδιάστατοι, και είχαν διάφορα σχήματα, από τα οποία έπερναν και το όνομά τους: ο κ. Αντώνης Τρίγωνος, η δ. Λία Τετράγωνη, η δ. Μαίρη Εξάγωνη, ο δήμαρχος κ. Αγησίλαος Κύκλος, κλπ. Ονόμαζαν τον κόσμο τους Επιπεδία, και τον φανταζόταν σαν ένα τεράστιο επίπεδο, που συνεχιζόταν απέραντο σε όλες τις κατευθύνσεις. Ήταν δύσκολο να τον φανταστούν κάπως διαφορετικά, γιατί η μόνη λέξη στη γλώσσα τους για «επίπεδο» ήταν η λέξη «επιπεδία», και η ερώτηση «Μήπως η Επιπεδία δεν είναι επιπεδία;» δεν είχε πολύ νόημα.

Επιπεδία : Επίπεδο

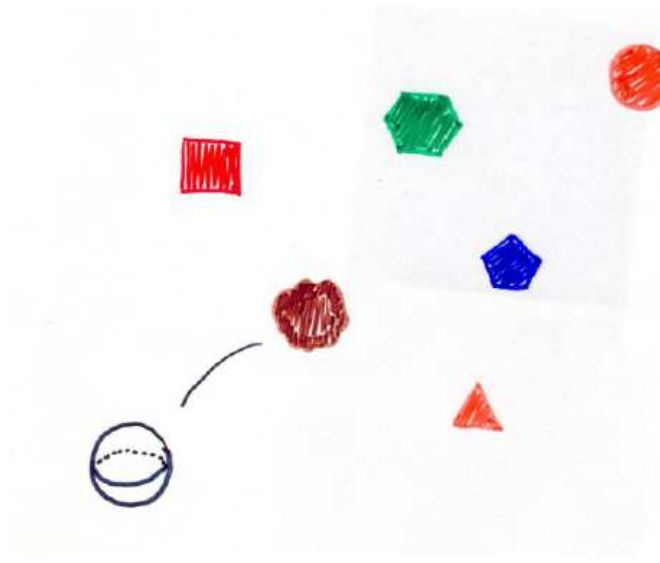


Επιπεδούπολη

Οι περισσότεροι κάτοικοι της Επιπεδίας κατοικούσαν στην κύρια πόλη του κόσμου τους, την Επιπεδούπολη, με τα κοινωνικά τους προβλήματα και τις φιλοσοφικές τους αναζητήσεις, για τις οποίες μπορείτε να διαβάσετε στο βιβλίο Flatland. Εμείς όμως θα ασχοληθούμε περισσότερο με τις αναζητήσεις των επιστημόνων της Επιπεδίας, που είχαν τη συνήθεια να θέτουν προβλήματα ο ένας στον άλλο, και να τα συζητάνε στο Μεγάλο Αμφιθέατρο του Πανεπιστημίου της Επιπεδούπολης. Ένας ιδιόρρυθμος Φυσικός, ο καθηγητής Πέτρος Δωδεκάγωνος, σε μία τέτοια συζήτηση

¹Ένα παραμύθι, βασισμένο στο βιβλίο The Shape of Space, του J.Weeks, και εμπνευσμένο από το μυθιστόρημα Flatland: a romance in many dimensions, του E.A.Abbott, το οποίο δημοσιεύτηκε το 1884.

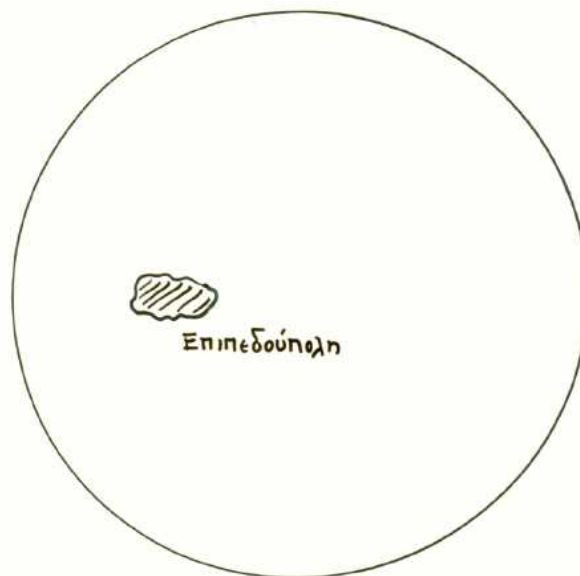
πρότεινε μία παράξενη θεωρία για την Επιπεδία. Ισχυρίστηκε ότι η Επιπεδία θα



μπορούσε να μην είναι απέραντη προς κάθε κατεύθυνση, όπως φανταζόταν όλοι οι κάτοικοί της, να μην έχει δηλαδή άπειρη έκταση. Η πρώτη αντίδραση των άλλων επιστημόνων ήταν πως ο καθηγητής Δωδεκάγωνος τρελλάθηκε για τα καλά:

–Αν δεν είναι απέραντη, τότε θα έχει κάποιο τέλος, κάποιο σύνορο. Αλλά το σύμπαν δεν μπορεί να τελειώνει –τί θα είναι μετά το τέρμα του σύμπαντος;

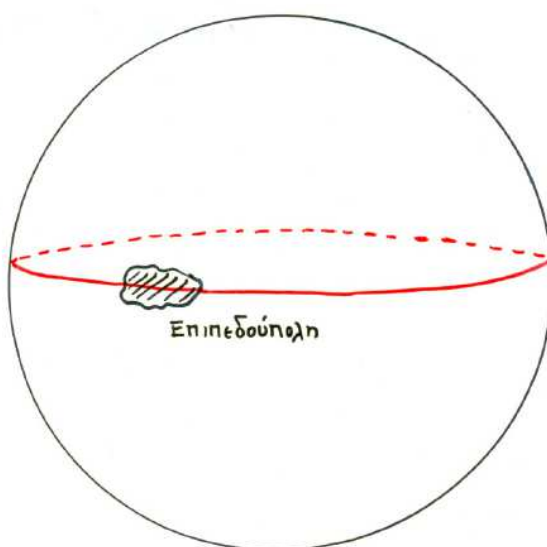
Επιπεδία: "Υπέρκυκλος"



Ο καθηγητής τους απάντησε ότι δεν είναι απαραίτητο να έχει σύνορο ένας κόσμος που δεν είναι απέραντος. Για να εξηγήσει αυτή την ιδέα, ο καθηγητής χρησιμοποίησε τον κύκλο, ένα σχήμα με το οποίο οι κάτοικοι της Επιπεδούπολης ήταν καλά εξοικειωμένοι, αφού για πολλά χρόνια αυτό ήταν το σχήμα του κ.

Δήμαρχου. Τους είπε ότι όπως το σχήμα του κύκλου αποτελείται από μια γραμμή, χωρίς τέλος, αλλά με πεπερασμένο μήκος, έτσι και η Επιπεδία, μπορεί να είναι μία επιφάνεια χωρίς τέλος, αλλά με πεπερασμένη έκταση. Αυτό το μοντέλο για την Επιπεδία, ο κ. Δωδεκάγωνος το ονόμασε «υπέρκυκλος» γιατί όπως ο κύκλος φτιάχνεται από δύο γραμμές εάν τις ενώσουμε στα άκρα τους, ο υπέρκυκλος είναι η επιφάνεια που μπορούμε να φτιάξουμε από δύο δίσκους, εάν τους κολλήσουμε στο κυκλικό σύνορο. Εμείς θα το ονομάζαμε σφαίρα, δηλαδή την επιφάνεια μίας μπάλας. Λίγοι από τους άλλους κατοίκους της Επιπεδούπολης κατάλαβαν τι εννοούσε. Ένας όμως από τους λίγους, που πήρανε στα σοβαρά τη θεωρία του καθηγητή, ήταν μία ανήσυχη και ριψοκίνδυνη φοιτήτρια, η Λία Τετράγωνη. Η Λία αποφάσισε μάλιστα να προσπαθήσει να αποδείξει τις θεωρίες του δασκάλου της. Η ιδέα της ήταν απλή: Αν η Επιπεδία ήταν «υπέρκυκλος» όπως έλεγε ο καθηγητής, εάν ξεκινούσε από την Επιπεδούπολη, και προχωρούσε σταθερά προς την ίδια κατεύθυνση, μετά από κάποιο διάστημα θα επέστρεφε στην Επιπεδούπολη, από την αντίθετη κατεύθυνση.

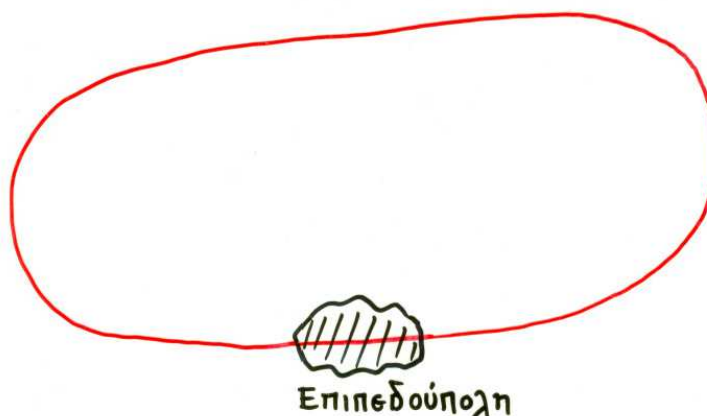
Επιπεδία: "Υπέρκυκλος"



Αφού η Λία μελέτησε όσα βιβλία βρήκε στη βιβλιοθήκη του Πανεπιστημίου της Επιπεδούπολης σχετικά με εξερευνήσεις σε απόμακρα σημεία της Επιπεδίας, η Λία Τετράγωνη αποφάσισε μαζί με δύο φίλους τις, τον Νίκο Πεντάγωνο και τη Μαίρη Εξάγωνη, να δοκιμάσει τη θεωρία της. Για περισσότερη ασφάλεια, μαζί με τις άλλες προμήθειες για το ταξίδι, αγόρασαν όση κόκκινη κλωστή μπόρεσαν να βρουν στην Επιπεδούπολη. Καθώς προχωρούσαν, ξετύλιγαν την κλωστή, ώστε αν μετά από ένα

μήνα δεν είχαν γυρίσει στην Επιπεδούπολη, να μπορέσουν να επιστρέψουν ακολουθώντας την κόκκινη κλωστή. Δυστυχώς δεν έχω χρόνο να σας εξιστορήσω τώρα τις θαυμαστές περιπέτειες που είχαν οι τρεις φίλοι στη διαδρομή, αλλά αυτό που ενδιαφέρει τη δική μας ιστορία είναι ότι μετά τρεις εβδομάδες η Λία, ο Νίκος και η Μαίρη γύρισαν, κουρασμένοι αλλά πανευτυχείς, στην Επιπεδούπολη, από την αντίθετη κατεύθυνση. Η Λία έτρεξε αμέσως στο Μεγάλο Αμφιθέατρο, να δει τον καθηγητή Δωδεκάγωνο, και να ανακοινώσει στους μαζεμένους επιστήμονες την ανακάλυψή της. Όμως κανένας δεν την πίστεψε. Όλοι έλεγαν ότι στη διαδρομή, η Λία και η ομάδα της έκαναν λάθος μετρήσεις, και αντί να προχωρούν ίσια, έστριβαν σιγά – σιγά, ώστε στο τέλος να διαγράψουν έναν κύκλο, και να επιστρέψουν στην Επιπεδούπολη.

Επιπεδία : Επίπεδο

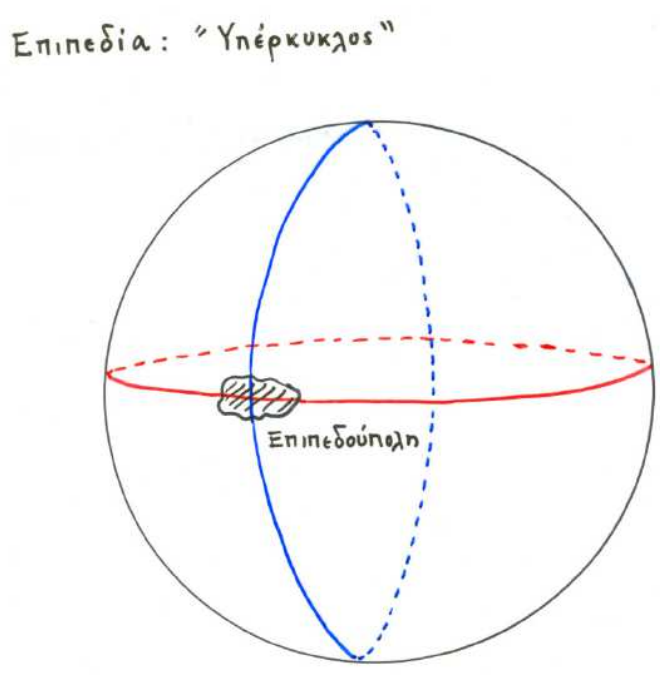
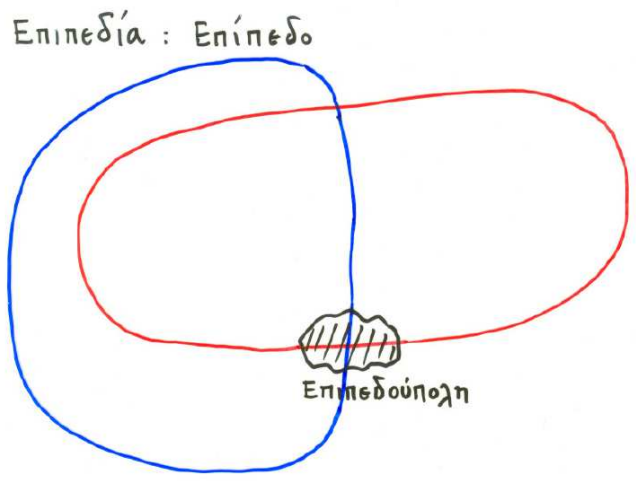


Η Τετράγωνη δεν το έβαλε κάτω. Αγόρασε όση μπλέ κλωστή μπορούσε να βρει, και ξεκίνησε από την Επιπεδούπολη, μόνη της αυτή τη φορά, σε διαφορετική κατεύθυνση. Δύο εβδομάδες αργότερα, η Λία επέστρεψε, από την αντίθετη κατεύθυνση. Αντί όμως αυτή η δεύτερη εξερεύνηση να δώσει την απάντηση στην υπόθεση του καθηγητή Δωδεκάγωνου, προκάλεσε νέα ερωτήματα.

Δύο πράγματα ήταν ακατανόητα:

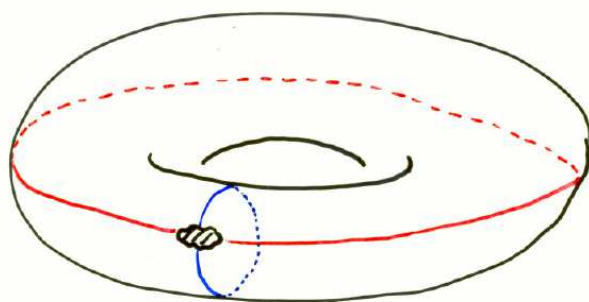
- Η δεύτερη διαδρομή ήταν πιο σύντομη από την πρώτη, αν και η Τετράγωνη τους διαβεβαίωνε ότι προχωρούσε με την ίδια ταχύτητα.
- Το πιο παράξενο όμως ήταν ότι σε όλη τη διαδρομή, δεν συνάντησε την κόκκινη κλωστή που είχαν ξετυλίξει στην πρώτη εξερεύνηση.

Όλοι οι επιστήμονες συμφωνούσαν ότι και στις δύο θεωρίες, είτε η Επιπεδία ήταν επιπεδία, είτε ήταν ένας υπέρκυκλος, οι δύο διαδρομές θα έπρεπε να τέμνονται σε ένα σημείο, μακριά από την Επιπεδούπολη.



Υπέθεσαν ότι η κόκκινη κλωστή είχε κοπεί, ή ότι η Λία δεν την πρόσεξε όταν τη συνάντησε στη δεύτερη διαδρομή της. Αποφασίστηκε να σταλούν ερευνητικές αποστολές για να ελέγξουν την κόκκινη και την μπλε κλωστή. Οι αποστολές επέστρεψαν μετά από μερικές εβδομάδες, και βεβαίωσαν ότι και οι δύο κλωστές, η κόκκινη και η μπλε, δεν είχαν κοπεί σε κανένα σημείο, και δεν συναντιόντουσαν σε όλη τη διαδρομή. Αυτό ονομάστηκε το Μυστήριο των Μη-Τεμνόμενων Διαδρομών.

Το μυστήριο προβληματίζε για πολλά χρόνια όλους τους σοφούς της Επιπεδούπολης. Μέχρι που μεγάλωσε η Τετράγωνη, έγινε καθηγήτρια στο Πανεπιστήμιο της Επιπεδούπολης, και μία μεταπτυχιακή της φοιτήτρια, στο διδακτορικό της, πρότεινε ένα άλλο μοντέλο για το σχήμα της Επιπεδίας. Η Επιπεδία θα έπρεπε να είναι ένας «διπλόκυκλος», μία επιφάνεια σαμπρέλας θα λέγαμε εμείς. Δεν ήταν εύκολο να αντιληφθούν, ακόμη και οι επιστήμονες, ποιό ήταν αυτό το σχήμα. Σιγά – σιγά όμως πείστηκαν οτι πράγματι έλυνε το Μυστήριο των Μη-Τεμνόμενων Διαδρομών. Σε αυτό το μοντέλο θα μπορούσε κάποια να διαγράψει δύο κυκλικές διαδρομές, με διαφορετικό μήκος, οι οποίες να ξεκινούν από το ίδιο σημείο στην Επιπεδούπολη, σε διαφορετικές κατευθύνσεις, και να επιστρέφουν στο ίδιο σημείο από την αντίθετη κατεύθυνση, χωρίς να συναντιόνται.



Στη σαμπρέλα, λύνεται το
" Μυστήριο των μη τεμνόμενων διαδρομών "

Μετά από λίγα χρόνια, ένας άλλος επιστήμονας, βρήκε κι' άλλο σχήμα που έλυνε το Μυστήριο των Μη-Τεμνόμενων Διαδρομών. Και σε λίγους μήνες βρέθηκε και άλλο, και άλλο, ώστε σύντομα έγινε προφανές οτι υπήρχαν πολλά διαφορετικά μοντέλα, που εξηγούσαν όλα τα δεδομένα από τις έρευνες της Τετράγωνης. Τότε αποφάσισε ο κ. Κύκλος, ο δήμαρχος της Επιπεδούπολης, να οργανώσει μία Παγκόσμια Αποστολή Χαρτογράφησης, για να εξερευνήσει και να χαρτογραφήσει όλη την Επιπεδία, και να προσδιορίσει το σχήμα της.

Η Παγκόσμια Αποστολή Χαρτογράφησης αναχώρησε από την Επιπεδούπολη με πολλά ταρατατζούμ, λόγους από το Δήμαρχο και τον Πρύτανη, ευχές για την ευόδωση των στόχων της, και ενθουσιασμό από όλους τους κατοίκους της πόλης. Μετά από μερικούς μήνες επέστρεψαν οι πρώτοι εξερευνητές. Καθώς έφταναν στην Επιπεδούπολη τους έκανε εντύπωση το σήμα στην είσοδο της πόλης, που έγραφε

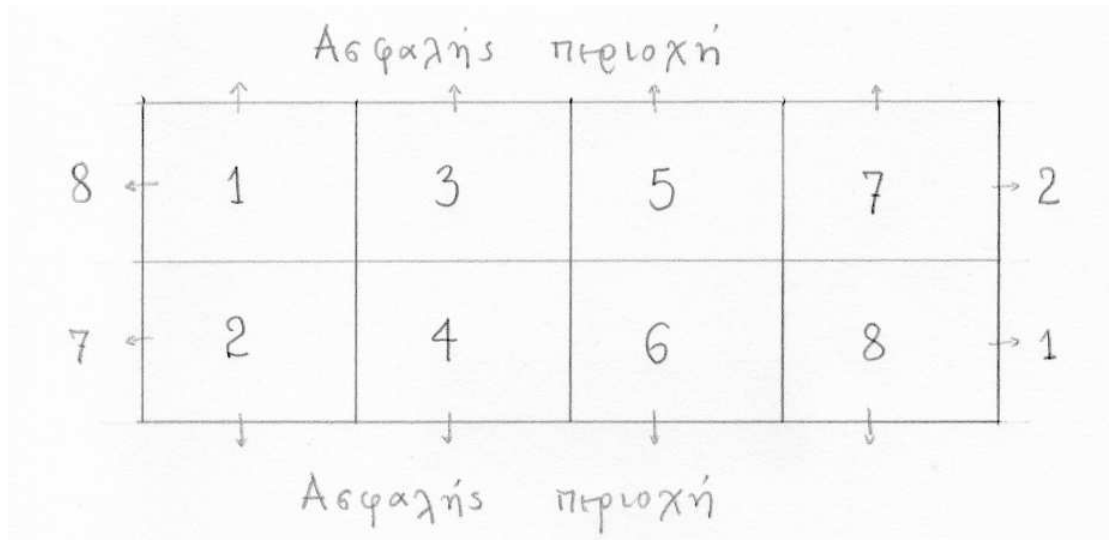
ΕΠΙΠΕΔΟΥΠΟΛΗ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΚΑΛΩΣ ΗΛΘΑΤΕ

Αχ, τι αταξίες σκαρφίζονται αυτά τα παιδιά, σκέφτηκε ο αρχηγός της αποστολής, και συνέχισε το δρόμο του. Καθώς όμως πλησίαζαν προς το κεντρο της πόλης είδαν ότι όλες οι πινακίδες ήταν ανάποδα. Όταν έφτασαν στην κεντρική πλατεία, απόρησαν που είδαν το Δημαρχείο στα αριστερά του καθεδρικού ναού και όλα τα άλλα κτήρια στην πλατεία να έχουν αντιστραφεί. Το πιο περίεργο ήταν ότι όλοι οι άλλοι κάτοικοι διαβεβαίωναν πως τίποτα δεν είχε αλλάξει στην Επιπεδούπολη. Απεναντίας, θεωρούσαν παράξενο ότι οι εξερευνητές διαμαρτυρόταν πως τα πράγματα είναι ανάποδα, ενώ στην πραγματικότητα μόνον οι ίδιοι γράφανε ανάποδα. Οι κάτοικοι της Επιπεδούπολης ανησύχησαν σοβαρά. Η Παγκόσμια Αποστολή Χαρτογράφησης ακυρώθηκε, και για αρκετά χρόνια κανένας δεν τολμούσε να απομακρυνθεί από την πόλη.

Μετά από μερικούς μήνες, οι αντεστραμμένοι εξερευνητές συνήθισαν να γράφουν κανονικά. Σιγά – σιγά οι κάτοικοι της Επιπεδούπολης ξεθάρρεψαν και άρχισαν να απομακρύνονται από την πόλη. Υπήρχαν περιπτώσεις που οι πιο ριψοκίνδunami ταξιδιώτες επέστρεφαν αντεστραμμένοι, αλλά ανακάλυψαν ότι αν έκαναν δεύτερη φορά την ίδια διαδρομή, επέστρεφαν κανονικοί. Με τον καιρό, παρατηρήθηκε ότι η αντιστροφή συνέβαινε σε όσους επισκεπτόταν συγκεκριμένη περιοχή της Επιπεδίας, την οποία ονόμασαν «Περιοχή Αντιστροφής». Διοργανώθηκε νέα αποστολή, η Αποστολή Χαρτογράφησης Ασφαλούς Περιοχής, δηλαδή της περιοχής που δεν συνέβαιναν αντιστροφές. Όταν ολοκλήρωσε η Αποστολή το έργο της, κατέληξε ότι η Ασφαλής Περιοχή της Επιπεδίας είχε πράγματι το σχήμα σαμπρέλας.

Μετά από χρόνια, αποφασίστηκε να ολοκληρωθεί η χαρτογράφηση και της Περιοχής Αντιστροφής. Η μελέτη χωρίστηκε σε δύο φάσεις. Στην πρώτη θα χωριζόταν η περιοχή σε τομείς, και στη δεύτερη θα αποτυπωνόταν με ακρίβεια κάθε τομέας, για να δουν πού ακριβώς συνέβαινε η αντιστροφή. Πράγματι, χωρίστηκε η Περιοχή Αντιστροφής σε οκτώ τομείς, και ξεκίνησε η δεύτερη φάση, της αποτύπωσης. Καθώς προχωρούσε η χαρτογράφηση, στα γραφεία του ΟΠΑΠ της Επιπεδούπολης, στοιχημάτιζαν για το ποιός από τους οκτώ τομείς προκαλούσε την αντιστροφή. Όταν ολοκληρώθηκε η αποστολή, προς μεγάλη έκπληξη όλων, και οι οκτώ ομάδες της Αποστολής ανέφεραν ότι ο δικός τους τομέας ήταν φυσιολογικός,

και δεν προκαλούσε αντιστροφές. Μόνον όταν έφτιαξαν τους οκτώ χάρτες και τους συνέκριναν για να δούν πώς ταιριάζουν, παρατήρησαν κάτι παράξενο στον τρόπο που ταιρίαζαν οι οκτώ περιοχές. Οι κάτοικοι της Επιπεδίας είχαν ανακαλύψει την ταινία του Möbius:



Εμείς, στον τρισδιάστατο κόσμο μας, μπορούμε να δούμε την ταινία του Möbius σε ένα μοντέλο:



Βιβλιογραφία

Abbott, E.A., *Flatland: A Romance of Many Dimensions*, Dover, 1952.

Weeks, J.R., *The Shape of Space*, Marcel Dekker, 1985.