

# Η Διδακτική της Γεωμετρίας

## Διάλεξη 3.4

### Η απόδειξη στον “ορίζοντα”

Χρήστος Κουρουνιώτης

Πανεπιστήμιο Κρήτης

2023

# Πέρα από τα μαθηματικά της στιγμής

Θα δούμε πρακτικές διδασκαλίας που σχετίζονται με την απόδειξη, αλλά δεν περιορίζονται στο αναλυτικό πρόγραμμα.

Όταν μιλήσαμε για τις γνώσεις που είναι απαραίτητες σε μία δασκάλα, αναφέραμε ως μέρος της γνώσης του αντικειμένου, τη γνώση στον ορίζοντα του αντικειμένου.

# Πέρα από τα μαθηματικά της στιγμής

Θα δούμε πρακτικές διδασκαλίας που ςχετίζονται με την απόδειξη, αλλά δεν περιορίζονται στο αναλυτικό πρόγραμμα.

Όταν μιλήσαμε για τις γνώσεις που είναι απαραίτητες σε μία δασκάλα, αναφέραμε ως μέρος της γνώσης του αντικειμένου, τη γνώση στον ορίζοντα του αντικειμένου.

## Πέρα από τα μαθηματικά της στιγμής

Θα εξετάσουμε ένα περιστατικό που αναλύει η Ε.Παπαδάκη (2023).

Μία καθηγήτρια, η Λιζ, χρησιμοποιεί μία δραστηριότητα για να εισαγάγει την τάξη της, 1η γυμνασίου, σε ένα θεώρημα που σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα διδάσκεται στην 1η λυκείου.

Η δραστηριότητα έχει ως στόχο να βοηθήσει τις μαθήτριες να ανακαλύψουν τη βασική ιδέα της απόδειξης του θεωρήματος.

## Πέρα από τα μαθηματικά της στιγμής

Θα εξετάσουμε ένα περιστατικό που αναλύει η Ε.Παπαδάκη (2023).

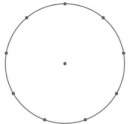
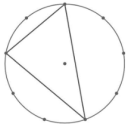
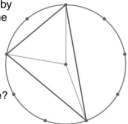
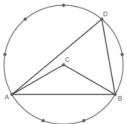
Μία καθηγήτρια, η Λιζ, χρησιμοποιεί μία δραστηριότητα για να εισαγάγει την τάξη της, 1η γυμνασίου, σε ένα θεώρημα που σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα διδάσκεται στην 1η λυκείου.

Η δραστηριότητα έχει ως στόχο να βοηθήσει τις μαθήτριες να ανακαλύψουν τη βασική ιδέα της απόδειξης του θεωρήματος.

# Ο “κύκλος με εννέα σημεία”

Η δραστηριότητα βασίζεται σε έναν οπτικό μεσολαβητή, έναν κύκλο χωρισμένο σε εννέα ίσα τόξα, τον “κύκλο με εννέα σημεία”.

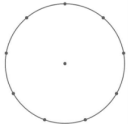
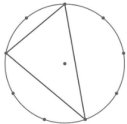
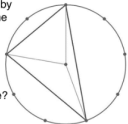
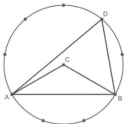
Η δραστηριότητα περιλαμβάνει 4 μέρη.

|                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. How many different triangles can you make by joining the centre dot to the dots on the circle?<br/>What are the angles in the triangles?</p>                                          | <p>2. Here is a triangle formed by joining three dots on the edge of the nine-point circle:<br/><br/>Can you work out the angles of this triangle?</p>  |
| <p>3. Create some triangles by joining three dots on the edge of the nine point circle.<br/><br/>How many different triangles can you make?<br/>Can you work out the angles each time?</p>  | <p>4. Can you work out the angles ACB and ADB?<br/>What do you notice?</p>                                                                              |

## Ο “κύκλος με εννέα σημεία”

Η δραστηριότητα βασίζεται σε έναν οπτικό μεσολαβητή, έναν κύκλο χωρισμένο σε εννέα ίσα τόξα, τον “κύκλο με εννέα σημεία”.

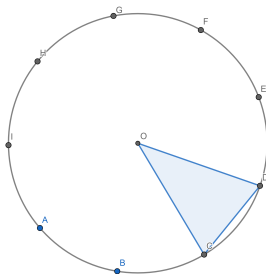
Η δραστηριότητα περιλαμβάνει 4 μέρη.

|                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. How many different triangles can you make by joining the centre dot to the dots on the circle?<br/>What are the angles in the triangles?</p>                                          | <p>2. Here is a triangle formed by joining three dots on the edge of the nine-point circle:<br/><br/>Can you work out the angles of this triangle?</p>  |
| <p>3. Create some triangles by joining three dots on the edge of the nine point circle.<br/><br/>How many different triangles can you make?<br/>Can you work out the angles each time?</p>  | <p>4. Can you work out the angles ACB and ADB?<br/>What do you notice?</p>                                                                              |

# Η δραστηριότητα. Μέρος 1.

Πόσα διαφορετικά τρίγωνα μπορείτε να φτιάξετε ενώνοντας το κέντρο με τα σημεία στον κύκλο;

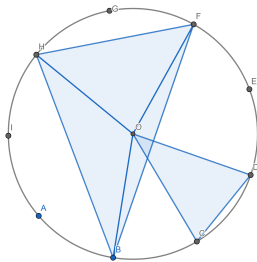
Τί γωνίες έχουν αυτά τα τρίγωνα;



## Η δραστηριότητα. Μέρος 2.

Εδώ φτιάξαμε ένα τρίγωνο,  $BFH$ , ενώνοντας τρία σημεία στον κύκλο με εννέα σημεία.

Μπορείτε να υπολογίσετε τις γωνίες αυτού του τριγώνου;



## Η δραστηριότητα. Μέρος 3.

Δημιουργούμε διάφορα τρίγωνα ενώνοντας σημεία στον κύκλο με εννέα σημεία.

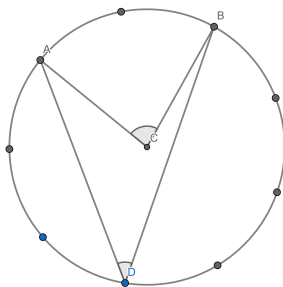
Πόσα διαφορετικά τρίγωνα μπορείτε να φτιάξετε;

Μπορείτε να υπολογίσετε τις γωνίες τους;

# Η δραστηριότητα. Μέρος 4.

Μπορείτε να υπολογίσετε τις γωνίες  $\angle ACB$  και  $\angle ADB$ ;

Τί παρατηρείτε;



## Η απόδειξη στον “ορίζοντα”

Σε αυτό το επεισόδιο, μαθήτριες της 1ης γυμνασίου συναντούν ένα προχωρημένο γεωμετρικό θεώρημα και την απόδειξή του, η οποία κανονικά διδάσκεται σε πολύ πιο προχωρημένο επίπεδο (στην Ελλάδα στην 1η λυκείου).

Οι μαθήτριες δεν γνωρίζουν την ορολογία που αφορά στο συγκεκριμένο θεώρημα, και δεν γνωρίζουν ακόμα τις αλγεβρικές διαδικασίες που χρησιμοποιούνται στην απόδειξη.

Χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο οπτικό μεσολαβητή, τον κύκλο με εννέα σημεία, η καθηγήτρια κατάφερε να τους δώσει την ευκαιρία να εξερευνήσουν τις κεντρικές ιδέες της απόδειξης του θεωρήματος.

## Η απόδειξη στον “ορίζοντα”

Σε αυτό το επεισόδιο, μαθήτριες της 1ης γυμνασίου συναντούν ένα προχωρημένο γεωμετρικό θεώρημα και την απόδειξή του, η οποία κανονικά διδάσκεται σε πολύ πιο προχωρημένο επίπεδο (στην Ελλάδα στην 1η λυκείου).

Οι μαθήτριες δεν γνωρίζουν την ορολογία που αφορά στο συγκεκριμένο θεώρημα, και δεν γνωρίζουν ακόμα τις αλγεβρικές διαδικασίες που χρησιμοποιούνται στην απόδειξη.

Χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο οπτικό μεσολαβητή, τον κύκλο με εννέα σημεία, η καθηγήτρια κατάφερε να τους δώσει την ευκαιρία να εξερευνήσουν τις κεντρικές ιδέες της απόδειξης του θεωρήματος.

## Η απόδειξη στον “ορίζοντα”

Σε αυτό το επεισόδιο, μαθήτριες της 1ης γυμνασίου συναντούν ένα προχωρημένο γεωμετρικό θεώρημα και την απόδειξή του, η οποία κανονικά διδάσκεται σε πολύ πιο προχωρημένο επίπεδο (στην Ελλάδα στην 1η λυκείου).

Οι μαθήτριες δεν γνωρίζουν την ορολογία που αφορά στο συγκεκριμένο θεώρημα, και δεν γνωρίζουν ακόμα τις αλγεβρικές διαδικασίες που χρησιμοποιούνται στην απόδειξη.

Χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο *οπτικό μεσολαβητή*, τον κύκλο με εννέα σημεία, η καθηγήτρια κατάφερε να τους δώσει την ευκαιρία να εξερευνήσουν τις κεντρικές ιδέες της απόδειξης του θεωρήματος.

# Βιβλιογραφία

Papadaki, E.,(2023) Beyond the Mathematics of the Moment: Exploring Teacher Discourse at the Mathematical Horizon. Ph.D. Thesis, University of East Anglia.